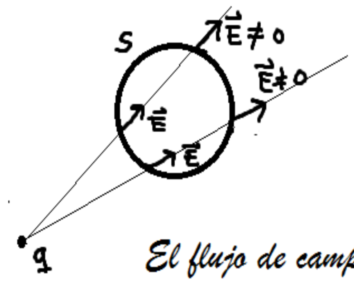
2011-Septiembre-Coincidentes

A. Cuestión 2.- En una región del espacio, el flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada es cero.

a) ¿Se puede afirmar que el campo eléctrico es cero en todos los puntos de la superficie? Razone la respuesta.
b) Si se disponen dos cargas puntuales, una de +2µC colocada en el punto (-1, 0) cm y la otra de -8 µC en el punto (1, 0) cm, determine el flujo de campo eléctrico que atraviesa una esfera de radio 2 cm centrada en el origen de coordenadas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb K = 9×10⁹ N m² C⁻².

a)
Que el flujo eléctico en una superficie cerrada sena nulo no significa que el campo eléctrico sea nulo. Veamos un contraejemplo: Una carga positiva genera un campo no nulo a su alrededor, si ponemos una superficie cerrada que no contenga a la carga su flujo será cero pero en todos los puntos de la superficie el campo no será nulo.

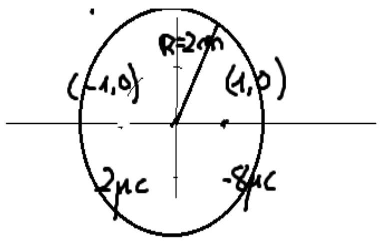


$$\phi_s = \frac{\Sigma q}{\epsilon} = 0$$

La superficie cerrada S como mo contiene cargas su flujo será nulo

El flujo de campo es el número de líneas de campo que atraviesan la superficie. Como la superficie no tiene cargas todas las líneas de campo que entran en la esfera también salen y el flujo neto es cero

b)



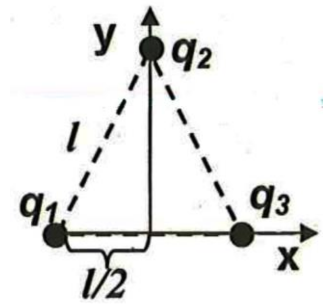
$$\phi_s = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} = 4\pi k \,\Sigma q = 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-6} - 8 \cdot 10^{-6})$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon = \frac{1}{4\pi k}$$

$$\boxed{\phi_s = -6'79 \cdot 10^5 N C^{-1} \cdot m^2}$$

2011-Septiembre-Coincidentes

B. Cuestión 3.- Se tienen tres cargas eléctricas situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado l=0,25 m tal y como se muestra en la figura. Si $q_1=q_2=5$ nC y $q_3=-5$ nC.

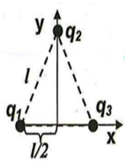


a) Dibuje el diagrama de fuerzas de la carga q_3 debido a la presencia de q_1 y q_2, y calcule el vector fuerza resultante que experimenta q_3.

b) Calcule el trabajo necesario para llevar la carga q_3 desde el punto donde se encuentra a una distancia muy grande (considera que la distancia es infinita).

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9\times10^9$ N m^2 C^{-2}

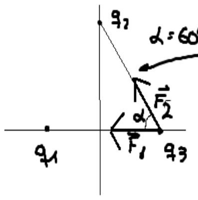
a)



$q_1 = q_2 = 5\cdot10^{-9}$ C

$q_3 = -5\cdot10^{-9}$ C

$l = 0'25$ m



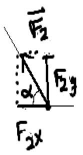
(triángulo equilatero)

Calculamos la fuerza ejercida sobre q_3 mediante el principio de superposición

Fuerza que ejercie la carga 1 sobre la 3: $\vec{F}_1 \Rightarrow |\vec{F}_1| = k\dfrac{|q_1 q_3|}{l^2} = 9\cdot10^9\cdot\dfrac{|(5\cdot10^{-9})(-5\cdot10^{-9})|}{0'25^2} = 3'6\cdot10^{-6}$

Fuerza que ejercie la carga 2 sobre la 3: $\vec{F}_2 \Rightarrow |\vec{F}_2| = k\dfrac{|q_2 q_3|}{l^2} = 9\cdot10^9\cdot\dfrac{|(5\cdot10^{-9})(-5\cdot10^{-9})|}{0'25^2} = 3'6\cdot10^{-6}$

Descomponemos $\vec{F}_2$ en sus componentes cartesianas:



$$\vec{F}_2 = |\vec{F}_2|\cos 60^\circ(-\vec{i}) + |\vec{F}_2|\,\text{sen}\,60^\circ\,\vec{j} = -3'6\cdot10^{-6}\cdot\frac{1}{2}\vec{i} + 3'6\cdot10^{-6}\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j} =$$
$$= -1'8\cdot10^{-6}\vec{i} + 3'12\cdot10^{-6}\vec{j}\ \text{N}$$

$$\vec{F}_1 = |\vec{F}_1|(-\vec{i}) = -3'6\cdot10^{-6}\vec{i}\ \text{N}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_1 = -1'8\cdot10^{-6}\vec{i} + 3'12\cdot10^{-6}\vec{j} - 3'6\cdot10^{-6}\vec{i} = \boxed{-5'4\cdot10^{-6}\vec{i} + 3'12\cdot10^{-6}\vec{j}\ \text{N}}$$

b) Calculamos la energía potencial de q_3 mediante superposición

$$E_p = E_{p_1} + E_{p_2} = k\frac{q_1 q_3}{l} + k\frac{q_2 q_3}{l} = k\frac{q_3}{l}(q_1+q_2) = 9\cdot10^9\,\frac{-5\cdot10^{-9}}{0'25}\,(5\cdot10^{-9}+5\cdot10^{-9}) = -1'8\cdot10^{-6}\ \text{J}$$

Energía potencial de q_3 debido a q_1

Energía potencial de q_3 debido a q_2

Se cumple que el trabajo realizado por la fuerza eléctica hara llevar una carga de un punto a otro es:

$$W = -\Delta E_p = E_p - \cancel{E_p(\infty)}^{\,0} = \boxed{-1'8\cdot10^{-6}\ \text{J} = W}$$

El trabajo es negativo porque es contra del campo

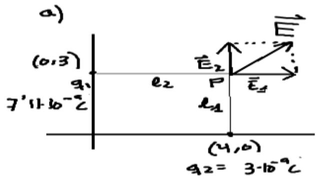
2011-Septiembre

B. Problema 2.- En el punto de coordenadas (0, 3) se encuentra situada una carga $q_1 = 7{,}11\times10^{-9}$ C y en el punto de coordenadas (4, 0) se encuentra situada otra carga, $q_2 = 3{,}0\times10^{-9}$ C. Las coordenadas están expresadas en metros.

a) Calcule la expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).
b) Calcule el valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).
c) Indique el valor y el signo de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.
d) Indique el valor y el signo de la carga q_4 que hay que situar en el origen de coordenadas para que la intensidad del campo en el punto (4, 3) sea 0.

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9\times10^9$ N m^2 C^{-2}.
Aclaración: No es necesario, pero si se desea que en el punto (4, 3) el campo eléctrico en el apartado d) sea un cero exacto, hay que considerar el valor de q_1 como un número periódico $q_1= (64/9)\times10^{-9}$ C.

a)



El campo en el punto P será la suma de los campos generados por las cargas q_1 y q_2

$\vec{E}_1 = k\frac{q_1}{e_1^2}\vec{i}$; $\vec{E}_2 = k\frac{q_2}{e_2^2}\vec{j}$

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2 = k\frac{q_1}{e_1^2}\vec{i} + k\frac{q_2}{e_2^2}\vec{j} = 9\cdot10^9\frac{7'11\cdot10^{-9}}{4^2}\vec{i} + 9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-9}}{3^2}\vec{j} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{E} = 4\vec{i} + 3\vec{j}\ N/C}$$

b) Calculamos el pontencial en el punto P mediante superposición. El potencial en P será la suma del pontencial debido a q_1 (V_1) más el potencial debidi a q_2 (V_2)

$$V = V_1+V_2 = k\frac{q_1}{e_1}\ k\frac{q_2}{e_2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{7'11\cdot10^{-9}}{4} + 9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-9}}{3} = 16+9 = \boxed{25V}$$

c) Calculamos el potencial en P mediante supoerposición.

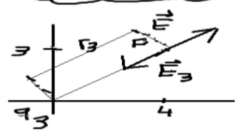
$$V = V_1+V_2+V_3 = 0 \Rightarrow V_3 = -(V_1+V_2) = -25$$

Potencial debido a la carga situada en el origen de coordenadas

$$V_3 = k\frac{q_3}{\sqrt{4^2+3^2}} = 9\cdot10^9\cdot\frac{q_3}{5} = -25$$

$$q_3 = \frac{-25\cdot5}{9\cdot10^9} = \boxed{-13'9\cdot10^{-9}C = q_3}$$

d)



En P el campo que tenemos es inialmente $\vec{E}$. La carga q_3 tiene que generar un campo $\vec{E}_3 = -\vec{E}$ hara que la suma de los dos vectores campo sea nula

$$\vec{E}_3 = -\vec{E} = -4\vec{i} - 3\vec{j} = k\frac{q_3}{r_3^2}\vec{u}_r = k\frac{q_3}{r_3^2}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}_3|} = k\frac{q_3(4\vec{i}+3\vec{j})}{5^2\cdot5} \Rightarrow$$

distancia del origen al punto (4,3)

$$\vec{E}_3 = \frac{9\cdot10^9}{125}q_3(4\vec{i}+3\vec{j})$$

Se tiene que cumplir que $E_3 = -\vec{E} \Rightarrow$

$$\frac{9\cdot10^9}{125}q_3(4\vec{i}+3\vec{j}) = -(4\vec{i}+3\vec{j}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_3 = \frac{-(4\vec{i}+3\vec{j})}{(4\vec{i}+3\vec{j})}\frac{125}{9\cdot10^9} = -\frac{125}{9}\cdot10^{-9} = \boxed{-13'9\cdot10^{-9}C}$$

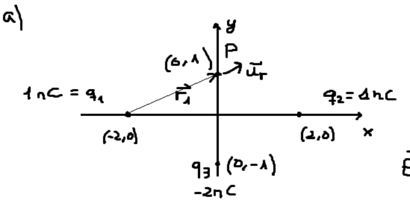
2011-Junio-Coincidentes

A. Problema 1.- Dos cargas eléctricas positivas de 1 nC cada una se encuentran situadas en la posiciones (2, 0) m, y (-2, 0) m. Otra carga negativa de -2 nC se encuentra situada en la posición (0, -1) m.

a) Halle el campo y el potencial eléctrico en el punto (0, 1) m.
b) Si se coloca otra carga positiva de 1 nC en el punto (0, 1) m en reposo, de manera que es libre para moverse, razone si llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcule la energía cinética que llevará en el origen.

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9\times10^9$ N m^2 C^{-2}.

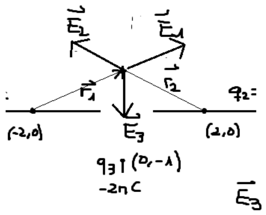
a)



Calculamos el campo eléctrico en el punto P(0,1) mediante superposición de los campos eléctricos creados por las cargas q_1 ($\vec{E}_1$) q_2 ($\vec{E}_2$) y q_3 ($\vec{E}_3$)

$$\vec{E}_1 = k\frac{q_1}{r_1^2}\vec{u}_{r_1} = k\frac{q_1}{r_1^2}\cdot\frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-9}}{(\sqrt{2^2+1^2})^2}\cdot\frac{2\vec{i}+\vec{j}}{\sqrt{2^2+1^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{E}_1 = \frac{9}{5}\cdot\frac{2\vec{i}+\vec{j}}{\sqrt{5}} = 1'61\vec{i} + 0'8\vec{j} \text{ N/C}$$



Por simetría podemos deducir que la componente y de $\vec{E}_2$ es igual que la de $\vec{E}_1$ y la componente x es igual pero con signo opuesto $\Rightarrow \vec{E}_2 = -1'61\vec{i} + 0'8\vec{j}$ N/C

$$\vec{E}_3 = k\frac{q_3}{r_3^2}\vec{u}_{r_3} = k\frac{q_3}{r_3^2}\frac{\vec{r}_3}{|\vec{r}_3|} = 9\cdot10^9\,\frac{-2\cdot10^{-9}}{2^2}\cdot\frac{2\vec{j}}{2} = -4'5\vec{j} \text{ N/C}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3 = \cancel{1'61\vec{i}} + 0'8\vec{j} + (\cancel{-1'61\vec{i}} + 0'8\vec{j}) + (-4'5\vec{j}) \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{E} = -2'9\vec{j} \text{ N/C}}$$

El potencial lo calculamos también por superposición:

$$V = V_1+V_2+V_3 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} + k\frac{q_3}{r_3} = 9\cdot\cancel{10^9}\left(\frac{\cancel{10^{-9}}}{\sqrt{5}} + \frac{\cancel{10^{-9}}}{\sqrt{5}} + \frac{-2\cdot\cancel{10^{-9}}}{2}\right) = 9\left(\frac{2}{\sqrt{5}} - 1\right) \Rightarrow$$

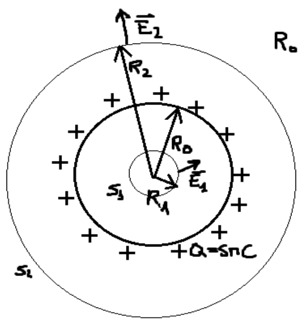
$$\boxed{V = -0'95 \text{ V}}$$

2011-Junio

B. Problema 2.- Considérese un conductor esférico de radio R = 10 cm, cargado con una carga q = 5 nC.

a) Calcule el campo electrostático creado en los puntos situados a una distancia del centro de la esfera de 5 y 15 cm.
b) ¿A qué potencial se encuentran los puntos situados a 10 cm del centro de la esfera?
c) ¿Y los situados a 15 cm del centro de la esfera?
d) ¿Qué trabajo es necesario realizar para traer una carga de 2 nC desde el infinito a una distancia de 10 cm del centro de la esfera?

Datos: Constante de Coulomb $K=1/(4\pi\varepsilon_0) = 9\times10^9$ N m² C⁻².



$R_0 = 10$ cm $= 0'1 \equiv$ Radio de la esfera

a) Para calcular el campo eléctrico en puntos pertenecientes a esferas concéntricas con la del enunciado aplicamos el Teorema de Gauss

$$\phi = \frac{Q_{TOTAL}}{\epsilon}$$

Por simetría el campo electrico tendrá dirección radial desde el centro de la esfera (ver figura)

En una superficie esférica concentrica el flujo es:

$$\phi = \oint_S \vec{E}\,d\vec{s} = \oint_S E\,ds\cos 0^\circ = \oint_S E\,ds = E\cdot 4\pi r^2$$

no tiene carga en su interior

En la superficie S_1: $\phi_1 = E_1 4\pi R_1^2 = \dfrac{Q_{TOTAL}}{\epsilon_0} \Rightarrow E_1 = \dfrac{\cancel{Q_{TOTAL}}^{\to 0}}{4\pi R_1^2\epsilon_0} = 0$ N/C

En la superficie S_2: $\phi_2 = E_2 4\pi R_2^2 = \dfrac{Q_{TOTAL}}{\epsilon_0} \Rightarrow E_2 = \dfrac{5\cdot10^{-9}}{4\pi(0'15)^2\epsilon_0} = k\dfrac{5\cdot10^{-9}}{(0'15)^2} = 9\cdot10^9\dfrac{5\cdot10^{-9}}{(0'15)^2} = 2\cdot10^3$ N/C

$$\boxed{\vec{E}_2 = 2\cdot10^3\,\vec{u}_r\ N/C}$$

$\vec{u}_r$ es un vector unitario de dirección radial hacia fuera de la esfera

b) El potencial fuera de la esfera podemos calcularlo como si toda la carga se encontrara situada en el centro de la esfera

$$V = k\frac{Q}{r} = 9\,10^9\cdot\frac{5\cdot10^{-9}}{0'1} = \underline{450\,V}$$

c) $$V = k\cdot\frac{Q}{r} = 9\cdot10^9\,\frac{5\cdot10^{-9}}{0'15} = \underline{300\,V}$$

d) $$W = -\Delta E_p = -(E_{p_f} - E_{p_i}) = -\left(E_p(10cm) - \cancel{E_p(\infty)}\right) = -q\,V(10cm) = -2\cdot10^{-9}\cdot450 =$$

$$= \boxed{W = -9\cdot10^{-7}\,J}$$

Es un trabajo negativo porque se realiza en contra del campo

2011-Modelo

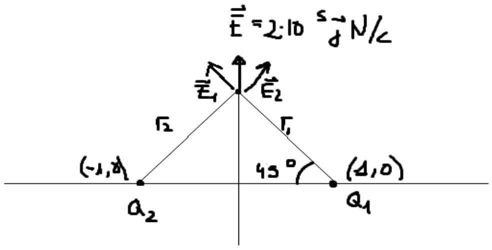
A. Problema 2.- Se disponen dos cargas eléctricas sobre el eje X: una de valor Q_1 en la posición (1,0), y otra de valor Q_2 en (-1,0). Sabiendo que todas las distancias están expresadas en metros, determine en los dos casos siguientes:

a) Los valores de las cargas Q_1 y Q_2 para que el campo eléctrico en el punto (0,1) sea el vector $\vec{E}=2\times10^5 \vec{j}\ N/C$, siendo $\vec{j}$ el vector unitario en el sentido positivo del eje Y.

b) La relación entre las cargas Q_1 y Q_2 para que el potencial eléctrico en el punto (2,0) sea cero.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9\times10^9\ N\,m^2\,C^{-2}$

a)



Por superposición sabemos que el campo eléctrico en el punto (0,1) es la suma de los campos eléctricos generados por las cargas Q1 y Q2

Se tiene que cumplir que las dos cargas tengan igual valor para que el campo resultante tenga solo componente sobre el eje y. $\Rightarrow Q_1=Q_2$

Calculamos el campo generado por cada una de las cargas

$$|\vec{E}_1| = k\frac{|Q_1|}{r_1^2} = k\frac{Q_1}{(\sqrt{2})^2};\quad E_{1y} = |\vec{E}_1|\cdot \text{sen}\,45° = k\frac{Q_1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = k\frac{Q_1\sqrt{2}}{4}$$

Por simetría, como se puede ver en la figura, ya que Q1 es igual que Q2 se tiene que cumplir que: $E_{2y} = E_{1y} = k\frac{Q_1\sqrt{2}}{4}$

El módulo de $\vec{E}$ es igual a la suma de $E_{1y} + E_{2y}$

$$|\vec{E}| = 2E_{1y} \Rightarrow |\vec{E}| = 2\cdot k\frac{Q_1\sqrt{2}}{4} \Rightarrow Q_1 = \frac{2|\vec{E}|}{\sqrt{2}\,k} = \frac{2\cdot2\cdot10^5}{\sqrt{2}\cdot9\cdot10^9} = 3'14\cdot10^{-5}$$

$$\boxed{Q_1 = Q_2 = 3'14\cdot10^{-5}\,C}$$

b) Calculamos el potencial por superposición:

$$V(2,0) = V_1(2,0) + V_2(2,0) = k\frac{Q_1}{r_1} + k\frac{Q_2}{r_2} = k\frac{Q_1}{1} + k\frac{Q_2}{3} \Rightarrow$$

$$V(2,0) = 0 \Rightarrow k\frac{Q_1}{1} + k\frac{Q_2}{3} = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{1} = -\frac{Q_2}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{1}{3}}$$